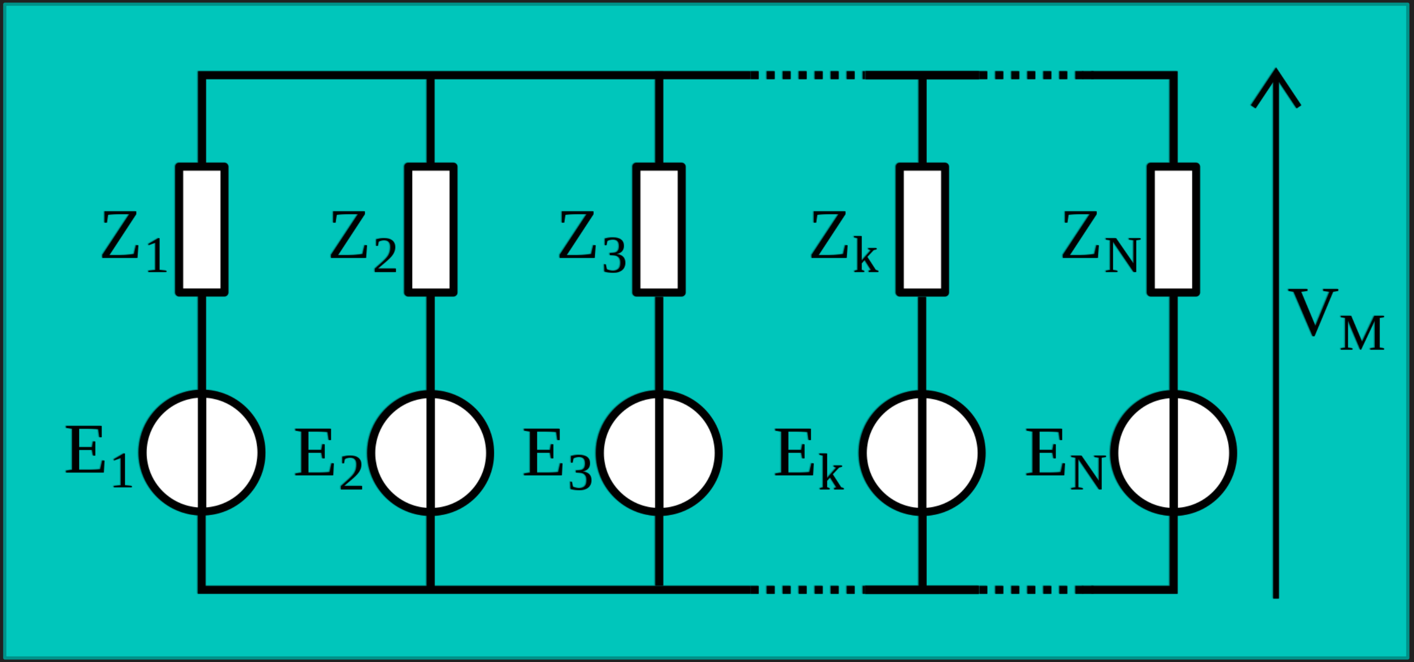
Théorème de MillMan

Amplificateur différentiel intégré

Théorème de Millman

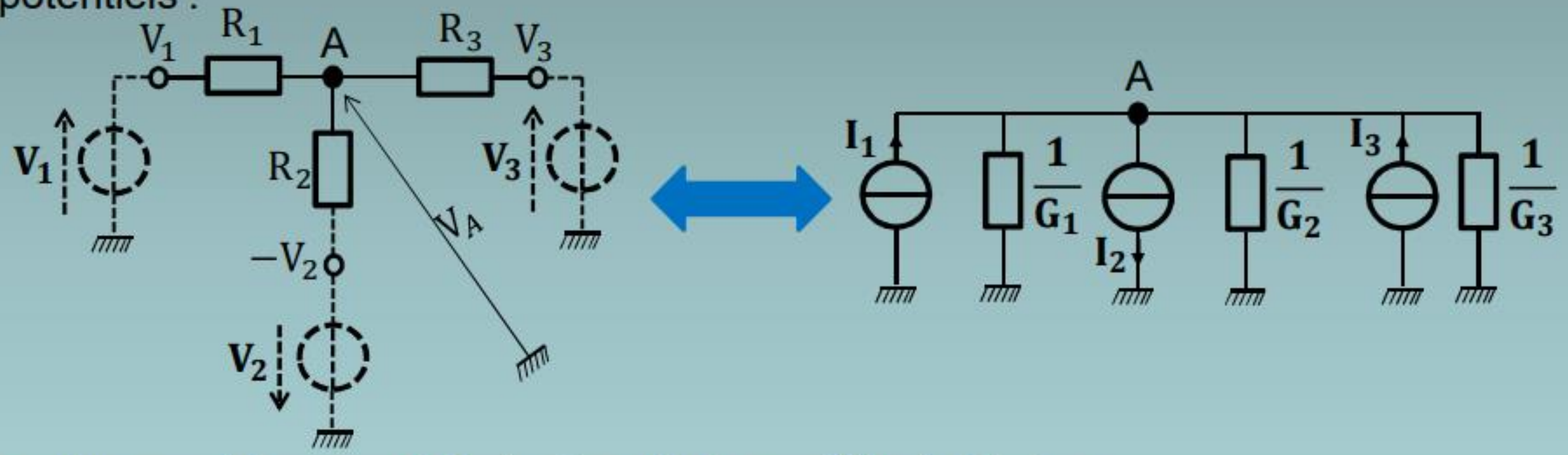


$$V_M = \frac{\sum_{k=1}^{N} E_k . G_k}{\sum_{k=1}^{N} G_k} = \frac{\sum_{k=1}^{N} \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}}$$

Avec G, la conductance.

Théorème de Millman - démonstration

- Le théorème de Millman est l'écriture de la loi des nœuds sous la forme de potentiels :



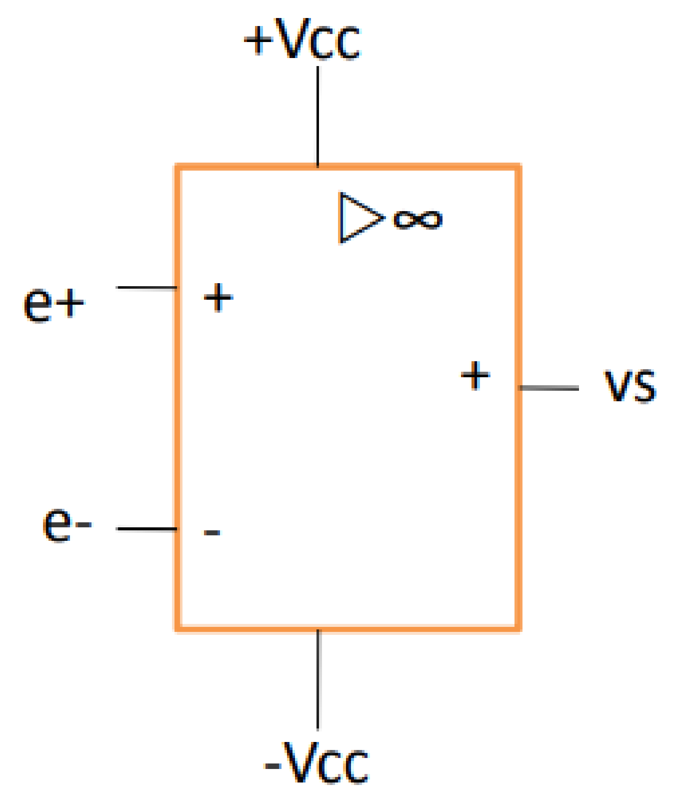
- Au nœud A, on peut écrire à partir du modèle de Norton :

$V_A . G_{eq} = I_1 - I_2 + I_3$ avec $G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3$; $G_{k=\frac{1}{R_k}}$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} ; I_2 = \frac{V_2}{R_2} ; I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

D'où : $V_A = \dfrac{\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$ généralisation $\mathbf{V_{noeud}} = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} \frac{\mathbf{V_k}}{\mathbf{R_k}}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_k}}}$

Structure d'un ADI



Les caractéristiques de l' ampli-op idéal seraient :

-Impédance d'entrée infinie

-Impédance de sortie nulle

-Amplification en tension infinie

-Tension de saturation = tensions d'alimentation

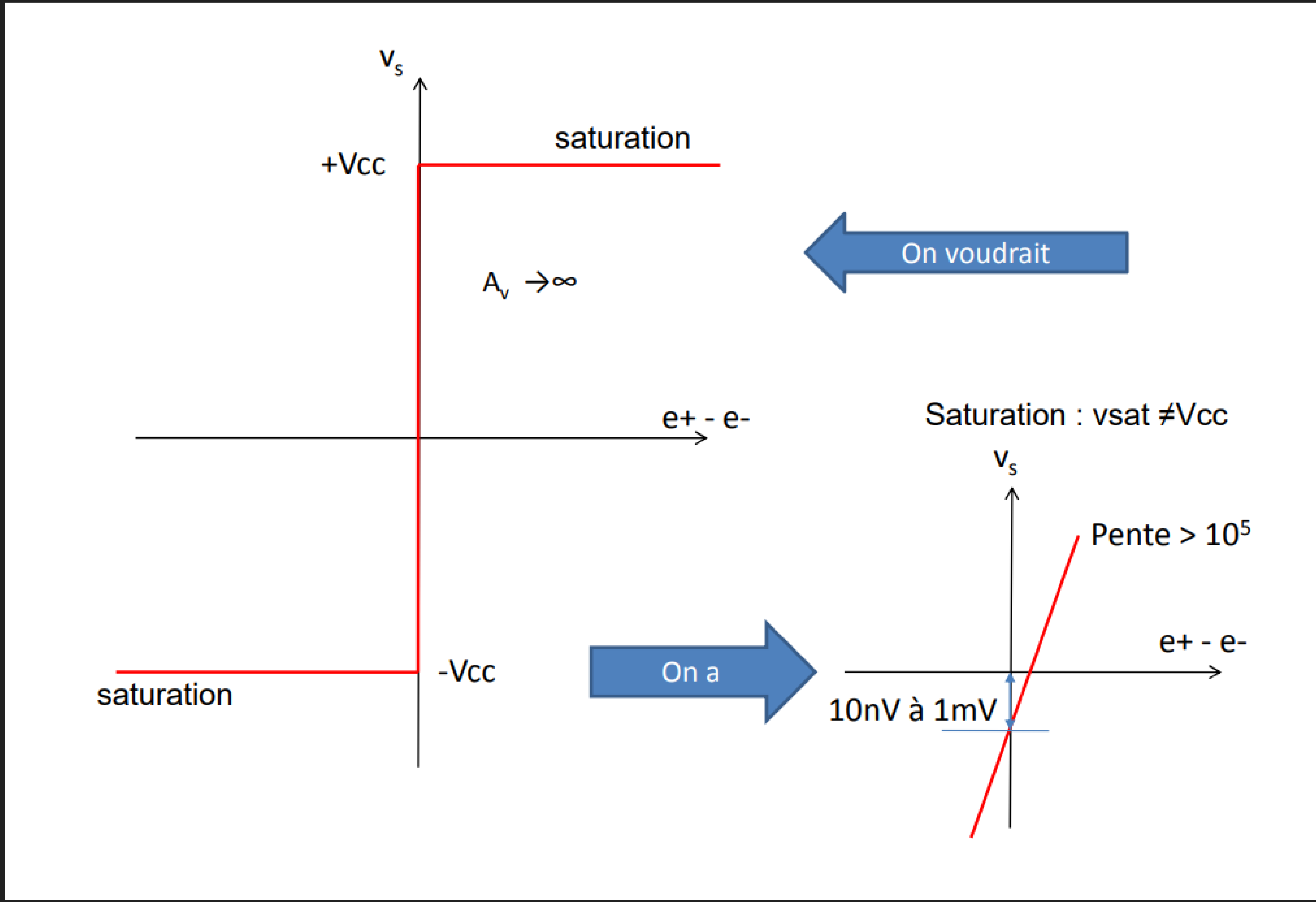
-Si e+>e- vs=+Vcc

-Si e+<e- vs=-Vcc

-Offset nul

-Bande passante infinie

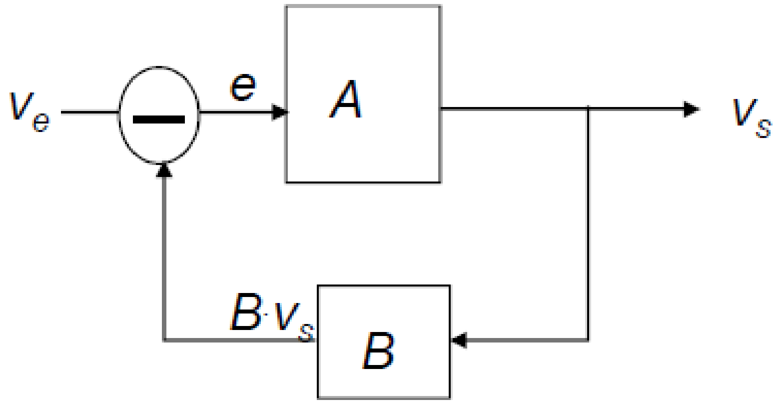
De l'idéal au réel



Circuit bouclé et rétroaction

- **Circuit bouclé :**

  La sortie agit sur l'entrée



$$v_s = A \cdot e = A(v_e - B \cdot v_s)$$

$$\rightarrow v_s \overset{?}{=} \frac{A}{1 + AB} v_e$$

- **Rétroaction positive** l'action de la sortie sur l'entrée renforce la variation du signal de sortie

ex: A>0, B **<** *0*
(sans déphasage)

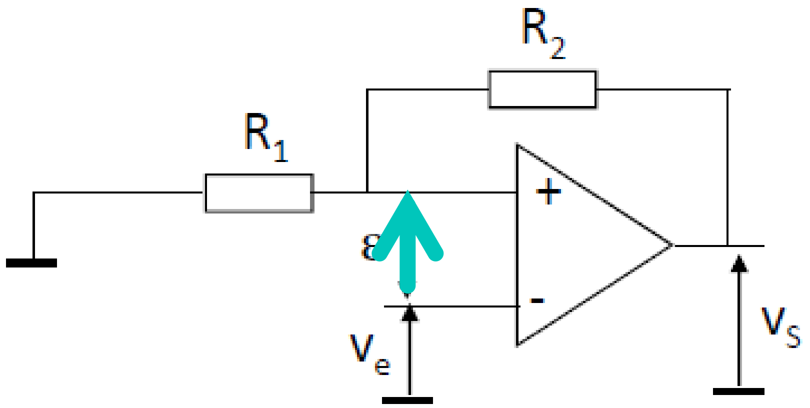
$$v_s \uparrow \rightarrow Bv_s \downarrow \rightarrow e \uparrow \rightarrow v_s \uparrow \cdots$$

la sortie **diverge** ⇔les composants **sortent du domaine linéaire**
par exemple : transistor sature

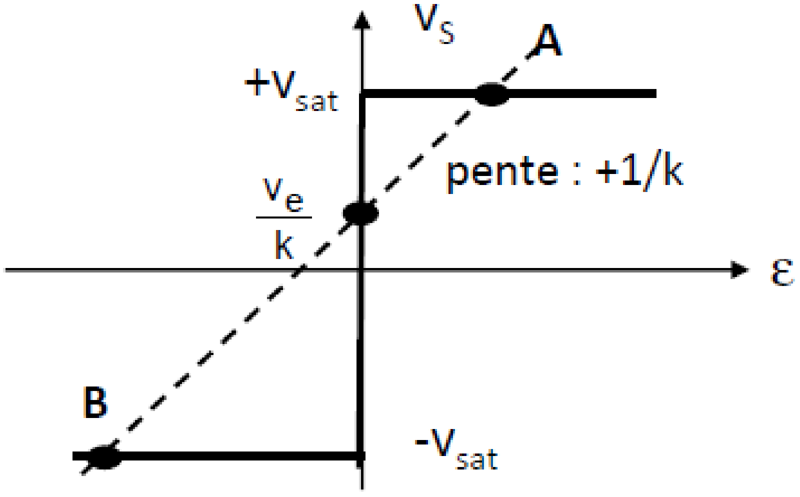
$$\cancel{v_s = \frac{A}{1 + AB} v_e}$$

comportement non-linéaire ⇔ A,B modifiés

Fonctionnement non linéaire : montage avec réaction positive



Représentation graphique :



Mise en équation :

- $V_- = V_e$
- On a diviseur de tension en V_+ :

$$v_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_S = k v_S$$

⇨ $\varepsilon = V_+ - V_- = kv_s - v_e$

⇨ $v_S = \frac{v_e}{k} + \frac{\varepsilon}{k}$ droite de pente 1/k

Discussion :

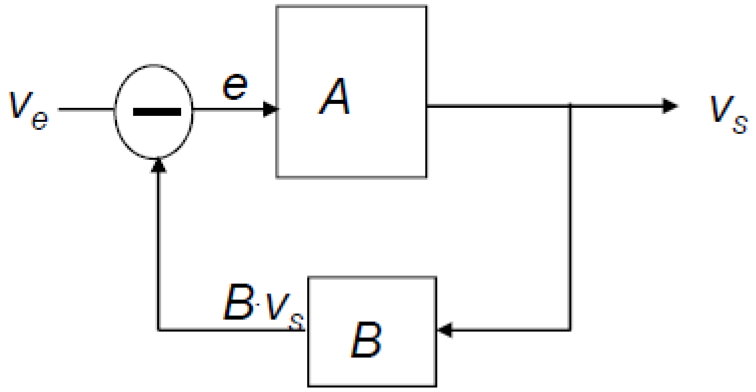
V_e/k n'est pas un point de fonctionnement stable :

$\varepsilon > 0$ conduit à $V_S = +V_{sat}$

$\varepsilon < 0$ conduit à $V_S = -V_{sat}$

Rétroaction négative ou « contre-réaction » :

L'action de la sortie sur l'entrée atténue la variation du signal de sortie



ex: A>0, B >0 (sans déphasage)

$$v_s \uparrow \to Bv_s \uparrow \to e \downarrow \to v_s \downarrow \cdots$$

la sortie **converge vers :**

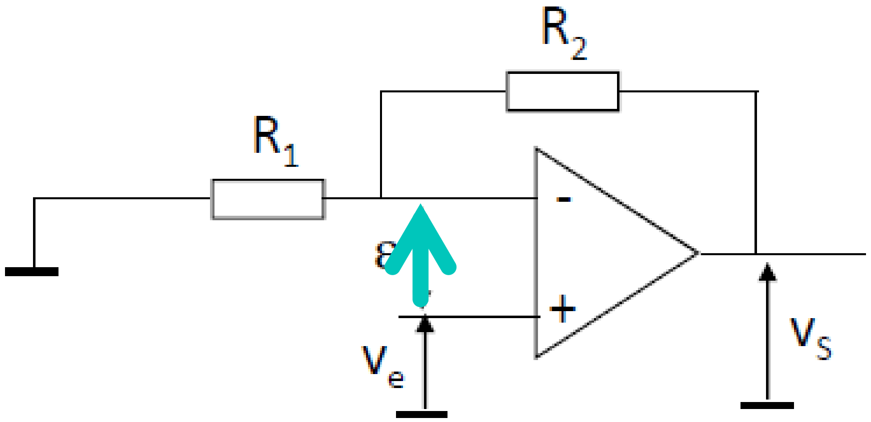
$$\boxed{v_s = \frac{A}{1+AB} v_e = G \cdot v_e}$$

- *G = gain en boucle fermée :*
- *G<A*

- $\boxed{\text{Si } AB \gg 1 \text{, } G \approx \frac{1}{B}}$ $\Rightarrow$ *la variation ou toute incertitude sur A n'affecte* ***pas*** *G.*
$\Rightarrow$ ***Amélioration de la linéarité***

* *B* = "taux de réinjection"

Fonctionnement en régime linéaire : Montage avec contre réaction



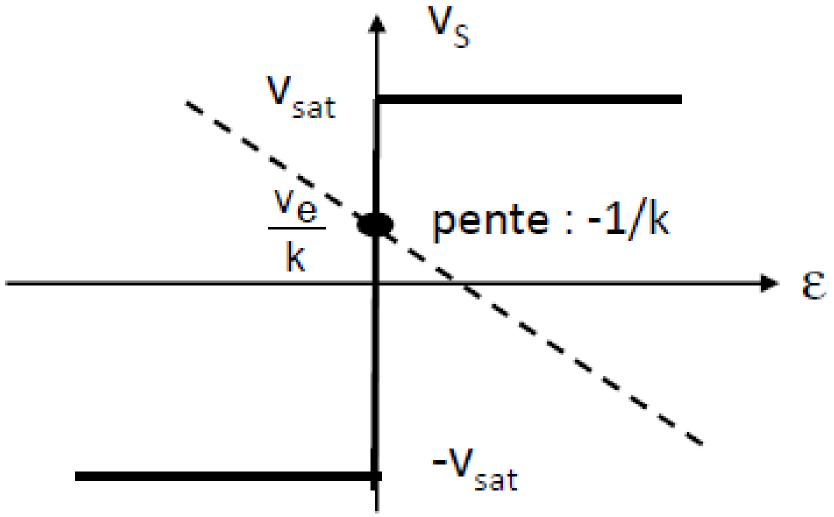
Mise en équation :

- $V_+ = V_e$
- Millman : $v_- = \dfrac{\dfrac{0}{R_1} + \dfrac{v_S}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R2}} = \dfrac{R_1}{R_1 + R2} v_S = k v_S$

$\Rightarrow$ $\varepsilon = V_+ - V_- = v_e - kv_s$

$\Rightarrow$ $v_S = \dfrac{v_e}{k} - \dfrac{\varepsilon}{k}$ droite de pente $-1/k$

Représentation graphique :



Discussion :

Un point de fonctionnement :

$\varepsilon = 0$ donc $V_+ = V_-$

- si $\varepsilon > 0$ alors $V_S = V_{sat}$
- si $\varepsilon < 0$ alors $V_S = -V_{sat}$

Mais, si on prélève une partie du signal de sortie pour l'injecter :

Sur la borne (-) on obtient :

Un fonctionnement linéaire

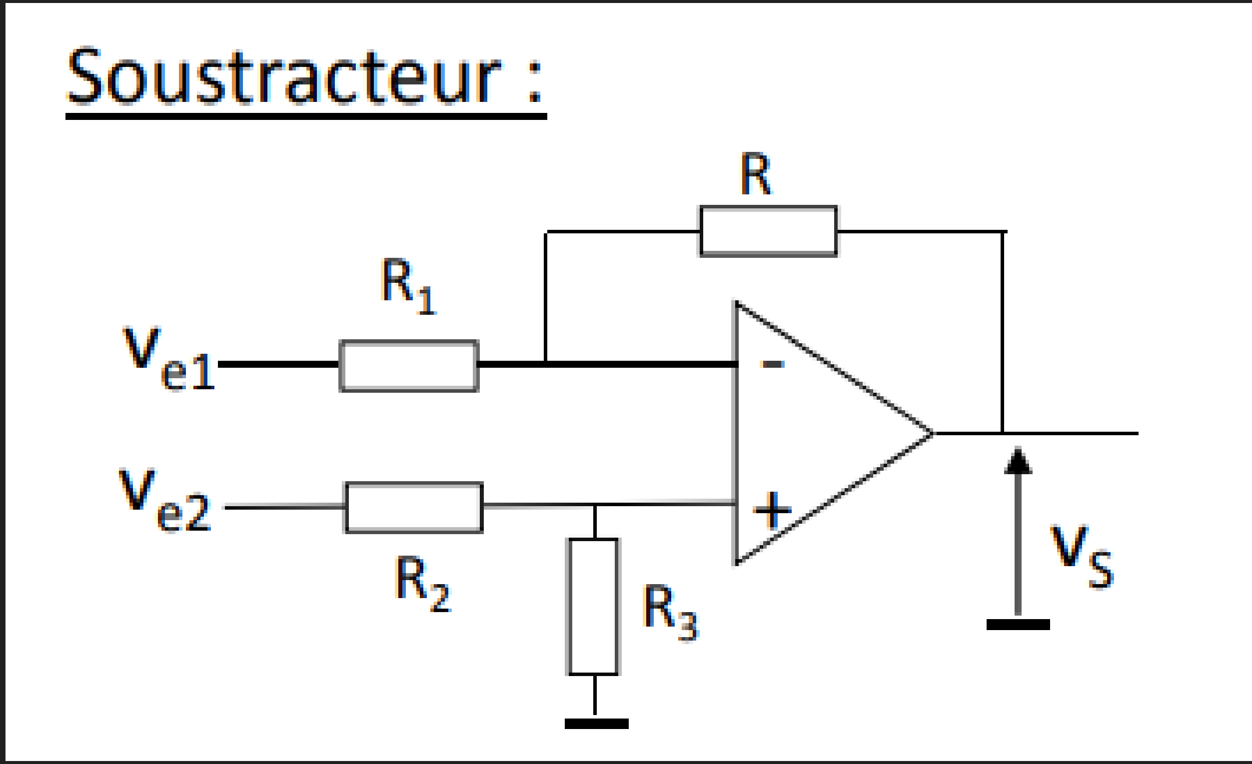
-montage avec contre réaction

Sur la borne (+) on a alors :

Un fonctionnement non linéaire

- montage avec réaction positive

Exemple – rétroaction négative



Appliquez le théorème de Millman en + et -

$$V+ = \frac{\frac{Ve2}{R2}+\frac{0}{R3}}{\frac{1}{R2}+\frac{1}{R3}} = Ve2 \, . \left(\frac{R3}{R2+R3}\right)$$

$$V- = \frac{\frac{Vs}{R}+\frac{Ve1}{R1}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R1}} = \frac{R1.Vs+R.Ve1}{R+R1}$$

Vs = f(Ve1-Ve2) si R1=R2 et R=R3 ?

Exemple – rétroaction négative

Vs = f(Ve1-Ve2) si R1=R2 et R=R3 ?

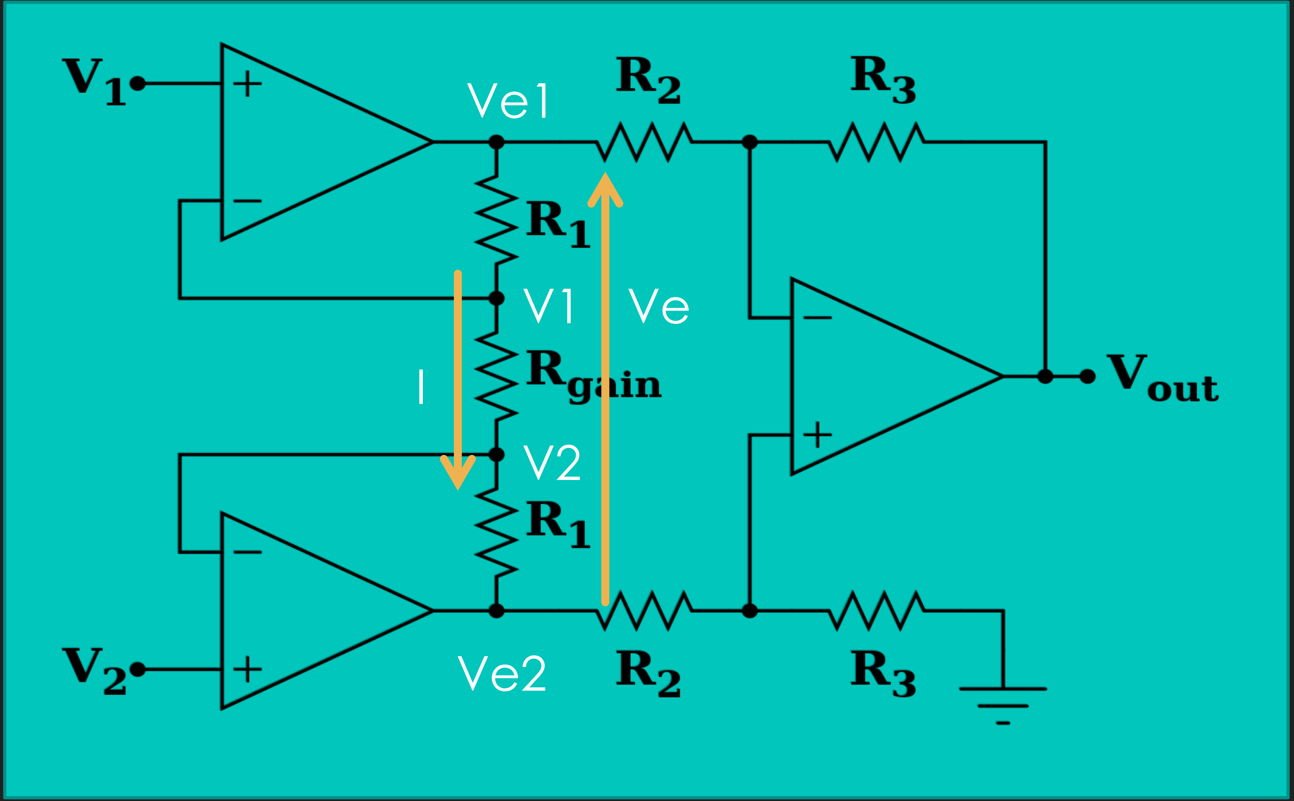
V+ = Ve2 . $(\frac{R}{R1+R})$

V- = $\frac{R1.Vs+R.Ve1}{R+R1}$

Réaction sur - donc V+ = V- donc Ve2 . $(\frac{R}{R1+R}) = \frac{R1.Vs+R.Ve1}{R+R1}$ et R.Ve2 = $R1.Vs + R.Ve1$

R1.Vs = R(Ve2-Ve1) -> Vs = $\frac{R}{R1}.\,(Ve2 \ - Ve1)$

Amplificateur d'instrumentation



I = $\frac{(V_1 - V_2)}{R_{gain}}$

Ve = $(V_1 - V_2) \cdot \frac{(2.R_1 + R_{gain})}{R_{gain}} = V_{e1} - V_{e2}$

$$\frac{V_{out}}{V_2 - V_1} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_{gain}}\right)\frac{R_3}{R_2}$$