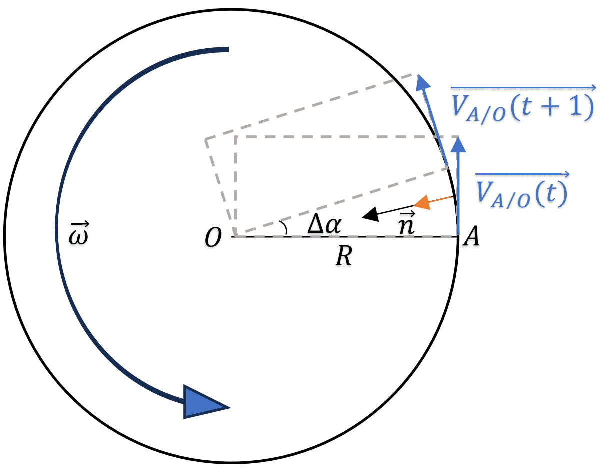
Soit un mouvement de rotation au tour du centre de pivot A. La trajectoire est donc circulaire. Les vecteurs vitesses sont donc tangents à la trajectoire, c'est-à-dire au cercle. Existe-t-il une accélération moyenne sur ce parcours ? L'accélération moyenne par définition vaut : $\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\overrightarrow{\Delta V_{A/O}}}{\Delta t}$.

Repérons donc les vecteurs vitesses du point A en t_1 et t_2. **On remarque que même si la norme du vecteur vitesse reste constante**, on note la présence d'une accélération portée sur le vecteur $\vec{n}$, que l'on nommera l'accélération centripète. Il y a variation de vitesse, nom de norme mais de direction.

Si $\Delta t \to 0$, cette accélération sera située sur le point A.



Triangle isocèle :

$$\left\|\overrightarrow{\Delta V_{A/O}}\right\| = 2 \cdot \left\|\overrightarrow{V_{A/O}}\right\| \cdot \sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)$$

On montre que :
si $\Delta\alpha \to 0$, $\sin(\Delta\alpha) \to \Delta\alpha$:

$$\left\|\overrightarrow{\Delta V_{A/O}}\right\| = 2 \cdot \left\|\overrightarrow{V_{A/O}}\right\| \cdot \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)$$

$$\left\|\overrightarrow{\Delta V_{A/O}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{A/O}}\right\| \cdot (\Delta\alpha)$$

$$\left\|\overrightarrow{a_{A/O}}\right\| = \frac{\left\|\overrightarrow{\Delta V_{A/O}}\right\|}{\Delta t}$$

$$\left\|\overrightarrow{a_{A/O}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{A/O}}\right\| \cdot \left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right)$$

$$\left\|\overrightarrow{a_{A/O}}\right\| = V \cdot \omega = \frac{V^2}{R}$$

La vitesse se décomposera sur $\vec{x}$ et $\vec{y}$ en $\overrightarrow{V_{A/O}} = \begin{vmatrix} -\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{vmatrix}$, car $\left\|\overrightarrow{V_{A/O}}\right\| = \omega \cdot R$. Cela vient du fait que $\overrightarrow{OA} = \begin{vmatrix} R \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ R \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{vmatrix}$ et donc $\overrightarrow{V_{A/O}} = \frac{d\,\overrightarrow{OA}}{dt} = \begin{vmatrix} -\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{vmatrix}$.

L'accélération étant la dérivée de la vitesse par rapport au temps donne :

$\overrightarrow{a_{A/O}} = \frac{d\overrightarrow{V_{A/O}}}{dt} = \begin{vmatrix} -\omega^2 \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ -\omega^2 \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{vmatrix}$. Sa norme vaut $\left\|\overrightarrow{a_{A/O}}\right\| = \omega^2 \cdot R$ et sa direction est en déphasage de 90° horaire par rapport à la vitesse, c'est-à-dire sur le vecteur $\vec{n}$ et en opposition de phase par rapport à $\overrightarrow{OA}$.

Physiquement, dans un mouvement de rotation, il n'existe **pas** de mouvement "uniforme" au sens d'accélération globale nulle : **la direction du vecteur vitesse varie en permanence**, donc l'accélération globale n'est jamais nulle car le cercle impose de changer en permanence de direction.

Cependant, par **abus de langage** mais pour se conformer à l'usage classique, on parle de :

- **Mouvement Circulaire Uniforme (MCU)**
  lorsque la **vitesse tangentielle est uniforme**, c'est-à-dire que sa **norme reste constante**.
  On peut donc parler plus précisément de **mouvement tangentiellement uniforme**.

- **Mouvement Circulaire Uniformément Accéléré (MCUA)**
  lorsque la **vitesse tangentielle n'est pas constante**.

Les équations deviennent :

MCU

$$\boldsymbol{\alpha_t = 0} \,, \boldsymbol{\alpha_N = \frac{V_0^2}{R}} \text{ (rad.s}^{-2}\text{)}$$

$$\boldsymbol{\omega(t) = \omega_0 = cste} \quad \text{(rad.s}^{-1}\text{)}$$

$$\boldsymbol{\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 \cdot t} \; \textit{(rad)}$$

MCUA

$$\boldsymbol{\alpha_t = cste = \alpha_0} \,, \boldsymbol{\alpha_N = \frac{V_{\square}^2}{R}}$$

$$\boldsymbol{\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 \cdot t}$$

$$\boldsymbol{\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_0 \cdot t^2}$$

Et

$$\boldsymbol{a_t = \alpha_t \cdot R}$$
$$\boldsymbol{v = \omega \cdot R}$$
$$\boldsymbol{d = \theta \cdot R}$$